

## Übungen zur Topologie — Blatt 10

---

**Aufgabe 1** Bestimmen Sie bis auf Isomorphie alle Überlagerungen von  $S^1$ .

*Anleitung:*

- Bestimmen Sie alle Untergruppen von  $\pi_1(S^1) \cong \mathbf{Z}$ .
- Konstruieren Sie für jede Untergruppe  $H \subset \mathbf{Z}$  eine Überlagerung mit dieser Untergruppe als charakteristische Untergruppe.
- Nutzen Sie Satz 8.27.

**Aufgabe 2** Sei  $\pi : (\tilde{X}, \tilde{x}_0) \rightarrow (X, x_0)$  eine Überlagerung und  $(\tilde{X}, \tilde{x}_0)$  zusammenziehbar, also  $\text{id}_{\tilde{X}} \simeq c_{\tilde{x}_0} \text{ rel } \{\tilde{x}_0\}$ .

Sei  $(Y, y_0)$  lokal wegzusammenhängend und einfach zusammenhängend. Zeigen Sie, dass für jede stetige Abbildung  $f : (Y, y_0) \rightarrow (X, x_0)$  gilt, dass  $f \simeq c_{x_0} \text{ rel } \{y_0\}$ .

**Aufgabe 3** Skizzieren Sie eine einfach zusammenhängende Überlagerung von  $S^1 \vee S^1$ .

**Aufgabe 4** Betrachten Sie das Gitter  $\tilde{X} := \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \in \mathbf{Z} \text{ oder } y \in \mathbf{Z}\}$ . Sei

$$\pi : \tilde{X} \rightarrow S^1 \vee S^1 : (x, y) \mapsto \begin{cases} i_1(\text{ex}(x)) & \text{falls } y \in \mathbf{Z} \\ i_2(\text{ex}(y)) & \text{falls } x \in \mathbf{Z}, \end{cases}$$

wobei  $i_1, i_2 : S^1 \rightarrow S^1 \vee S^1$  die beiden kanonischen Inklusionen auf die Summanden sind.

- Zeigen Sie, dass  $\pi$  eine Überlagerung ist.
- Bestimmen Sie die charakteristische Untergruppe von  $\pi : \tilde{X} \rightarrow S^1 \vee S^1$ .

---

*Abgabe: Donnerstag, den 15.1.2009 vor der Vorlesung*